

МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ОБРАЗОВАНИЯ

Методологической основой мониторинга формирования и оценки функциональной грамотности было выбрана концепция международного исследования PISA (Programme for International Student Assessment), целью которого является оценка подготовки 15-летних учащихся по шести направления, одним из которых является математика.

Оценка математической подготовки 15-летних учащихся в исследовании PISA основана на следующем определении математической грамотности: «Математическая грамотность – это способность индивидуума проводить математические рассуждения и формулировать, применять, интерпретировать математику для решения проблем в разнообразных контекстах реального мира.»

Содержание, которое организаторы исследования вкладывают в это понятие, фактически сведено к так называемой «функциональной грамотности», которая, по словам А.А. Леонтьева, предполагает способность человека использовать приобретаемые в течение жизни знания, умения и навыки для решения максимально широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений.

Концепция направления "математическая грамотность" исследования PISA-2022

Исследования PISA-2022 проверит математическую грамотность российских школьников

В рамках исследования PISA-2022 будет использоваться следующее определение:

Математическая грамотность - это способность человека мыслить математически, формулировать, применять и интерпретировать математику для решения задач в разнообразных практических контекстах. Она включает в себя понятия, процедуры и факты, а также инструменты для описания, объяснения и предсказания явлений. Она помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые должны принимать конструктивные, активные и размышляющие граждане в 21 веке".

Модель математической грамотности. PISA



В исследовании PISA математическая грамотность определяется как «способность индивидуума проводить математические рассуждения и формулировать, применять, интерпретировать математику для решения проблем в разнообразных контекстах реального мира».

Формулировать ситуации математически включает способность распознавать и выявлять возможности использовать математику, принять имеющуюся ситуацию и трансформировать ее в форму, поддающуюся математической обработке, создавать математическую модель, отражающую особенности описанной ситуации.

Применять математику рассматривается как способность применять математические понятия, факты, процедуры, рассуждения и инструменты для получения решения или выводов. Эта деятельность включает выполнение математических процедур, необходимых для получения результатов и математического решения (например, анализировать информацию на математических диаграммах и графиках, работать с геометрическими формами в пространстве, анализировать данные). Работать с моделью, выявлять закономерности, определять связи между величинами и создавать математические аргументы.

Интерпретировать подразумевает способность размышлять над математическим решением или результатами, интерпретировать и оценивать их в контексте реальной проблемы. Эта деятельность включает перевод математического решения в контекст реальной проблемы, оценивание реальности математического решения или рассуждений по отношению к контексту проблемы. Этот процесс охватывает и интерпретацию, и оценку полученного решения или определение того, что результаты разумны и имеют смысл в рамках предложенной ситуации. При этом может потребоваться разработать объяснения или аргументацию с учетом контекста проблемы.

Каждый из этих мыслительных процессов опирается на математические рассуждения, поэтому разработчики концепции исследования PISA-2021 дополнили их **рассуждениями**. Это означает, что

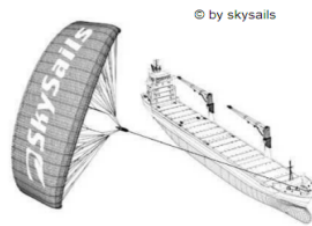
учащимся потребуется продемонстрировать, как они умеют размышлять над аргументами, обоснованиями и выводами, над различными способами представления ситуации на языке математики, над рациональностью применяемого математического аппарата, над возможностями оценки и интерпретации полученных результатов с учетом особенностей предлагаемой ситуации.

Примеры заданий

ОТКРЫТОЕ ЗАДАНИЕ 5. ПАРУСНЫЕ КОРАБЛИ

Девяносто пять процентов товаров в мире перевозят по морю примерно 50 000 танкеров, грузовых кораблей и контейнеровозов. Большинство этих кораблей используют дизельное топливо.

Инженеры планируют разработать поддержку кораблей, используя силу ветра. Их предложение заключается в прикреплении к кораблям кайтов (парящих в воздухе парусов) и использовании силы ветра, чтобы уменьшить расход дизельного топлива и его влияние на окружающую среду.



© by skysails

Вопрос №1

PM923Q01

Одно из преимуществ использования кайта заключается в том, что он летает на высоте в 150 м. Там скорость ветра примерно на 25% больше, чем на уровне палубы корабля. С какой примерно скоростью дует ветер на кайт, когда скорость ветра, измеренная на палубе корабля, равна 24 км/ч?

- A. 6 км/ч
- B. 18 км/ч
- C. 25 км/ч
- D. 30 км/ч
- E. 49 км/ч

Описание: применить вычисления с процентами в рамках данной ситуации в реальном мире.

Область математического содержания: количество.

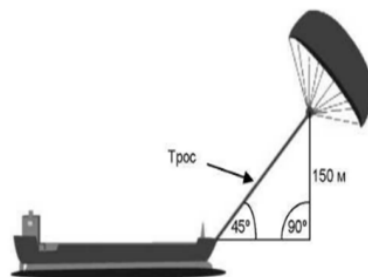
Контекст: научный.

Познавательная деятельность: применять.

Вопрос №2

PM923Q03

Чему примерно должна быть равна длина каната у кайта, чтобы он тянул корабль под углом в 45° и находился на высоте в 150 м по вертикали, как показано на рисунке?



© by skysails

- A. 173 м
- B. 212 м
- C. 285 м
- D. 300 м

Описание: использовать теорему Пифагора в рамках геометрического содержания реальной ситуации.

Область математического содержания: пространство и форма.

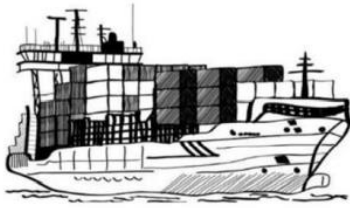
Контекст: научный.

Познавательная деятельность: применять.

Вопрос №3 PM923Q04-0 1 9

Из-за высокой стоимости дизельного топлива в 0.42 зедра за литр владельцы корабля «Новая волна» думают о том, чтобы снабдить свой корабль кайтом. Подсчитано, что подобный кайт даёт возможность уменьшить расход дизельного топлива на 20%. Стоимость установки на «Новой волне» кайта составляет 2 500 000 зедов.

Название: «Новая волна»
 Тип: фрахтовое судно
 Длина: 117 метров
 Ширина: 18 метров
 Грузоподъёмность: 12 000 тонн
 Максимальная скорость: 19 узлов
 Дизельного топлива за год без использования кайта: 3 500 000 литров



Через сколько примерно лет экономия на дизельном топливе покроет стоимость установки кайта? Приведите вычисления, подтверждающие ваш ответ.

Количество лет:

Описание: решить ситуацию в реальном мире, включающую экономию затрат и расход топлива.
Область математического содержания: изменения и зависимости.
Контекст: научный.
Познавательная деятельность: формулировать.

Контексты/ситуации	Математическое содержание	Познавательная деятельность
личная жизнь, образование/профессиональная деятельность, общественная жизнь научная деятельность	пространство форма, изменение зависимости, количество, неопределенность и данные	и и и
		формулировать, применять, интерпретировать.

Каждое задание на оценку математической грамотности включает контекст.

Контекст задания – особенности и элементы окружающей обстановки, представленные в задании в рамках описанной ситуации.

Личный контекст обычно связан с повседневной личной жизнью учащегося (при общении с друзьями, занятиях спортом, покупками, отдыхом, повседневным бытом), его семьи, его друзей и сверстников.

Проблемы, которые предлагаются в **профессиональных контекстах**, связаны со школьной жизнью или трудовой деятельностью.

Общественные контексты связаны с жизнью общества (местного, национального или всего мира). Ситуации, связанные с жизнью местного общества, касаются проблем, возникающих в ближайшем окружении учащихся. Контексты, отнесенные к научным, обычно связаны с применением математики к науке или технологии, явлениям физического

мира. Математическое содержание, которое используется при конструировании заданий, сконцентрировано вокруг четырех фундаментальных идей.

Изменение и зависимости – задания, связанные с математическим описанием зависимости между переменными в различных процессах, относятся к алгебраическому материалу.

Пространство и форма – задания, относящиеся к пространственным и плоским геометрическим формам и отношениям, т.е. к геометрическому материалу.

Количество – задания, связанные с числами и отношениями между ними, в программах по математике этот материал чаще всего относится к курсу арифметики.

Неопределенность и данные – эта область охватывает вероятностные и статистические явления и зависимости, которые являются предметом изучения разделов статистики и вероятности.

Одной из причин низких результатов, которые показывают российские школьники в международном исследовании PISA, является то, что для их оценки используются не типичные учебные задачи, характерные для традиционных систем обучения и мониторинговых исследований математической подготовки, а близкие к реальным проблемные ситуации, представленные в некотором контексте и разрешаемые доступными учащемуся средствами математики.

Оценка уровня математической грамотности

Ключевые математические компетенции (PISA)

- Коммуникация
- Математическое моделирование
- Представление
- Рассуждения и аргументы
- Разработка стратегии решения проблем
- Использование символического, формального и технического языка и операций
- Использование математических инструментов

Каждому учащемуся с учетом реальной трудности всех решенных им заданий по этой же шкале выставлялся балл, который оценивал состояние его математической грамотности. Для того чтобы характеризовать оценки учащихся с помощью постоянного и значимого по смыслу показателя, разработанная единая 1000-балльная шкала была разделена в 2012 г. на 6

интервалов по убыванию значений, определяющих разные уровни успешности учащихся при выполнении тестов.

PISA выделяет 6 уровней функциональной грамотности и описывает их следующим образом:

Математическая грамотность

6 уровень. На этом уровне школьники могут концептуализировать, обобщать и использовать информацию на основе исследования и моделирования сложных проблемных ситуаций, и могут использовать свои знания в довольно нестандартных ситуациях. Они могут гибко связывать различные 12 источники информации и представления. Школьники на этом уровне способны к продвинутому математическому мышлению и рассуждению. Они демонстрируют мастерство символических и формальных математических операций, также могут разработать новые подходы и стратегии в новых нестандартных ситуациях. Школьники на этом уровне могут размышлять о своих действиях, обосновывать свои выводы.

5 уровень. Школьники могут разрабатывать и работать с моделями сложных ситуаций, выявлять их ограничения и допущения. Они могут выбирать, сравнивать и оценивать соответствующие стратегии для решения сложных проблем, связанных с этими моделями. Школьники на этом уровне могут мыслить стратегически, используя хорошо развитые навыки мышления и умение рассуждать, вникать в суть ситуации. Они аргументируют свои решения, обосновывают выводы.

4 уровень. Школьник может эффективно применять модели для разбора сложных, но конкретных ситуаций, которые могут включать ограничения или требовать выдвижения гипотез. Они могут выбирать и интегрировать различные представления, в том числе символические, связывая их непосредственно с аспектами реальных ситуаций. Школьники на этом уровне могут использовать свой ограниченный диапазон навыков и могут рассуждать в простых контекстах. Они могут интерпретировать, аргументировать и объяснять свои решения.

3 уровень. Учащиеся могут выполнять четко описанные процедуры, в том числе те, которые требуют последовательных решений. Они могут построить простую модель и на ее основе выбрать и применить простые стратегии решения проблем. Школьники на этом уровне могут интерпретировать и использовать знания, полученные из различных источников информации, строить свои рассуждения с опорой на полученные знания. Они обычно демонстрируют способность работать с процентами, дробями и десятичными числами, а также с пропорциональными отношениями.

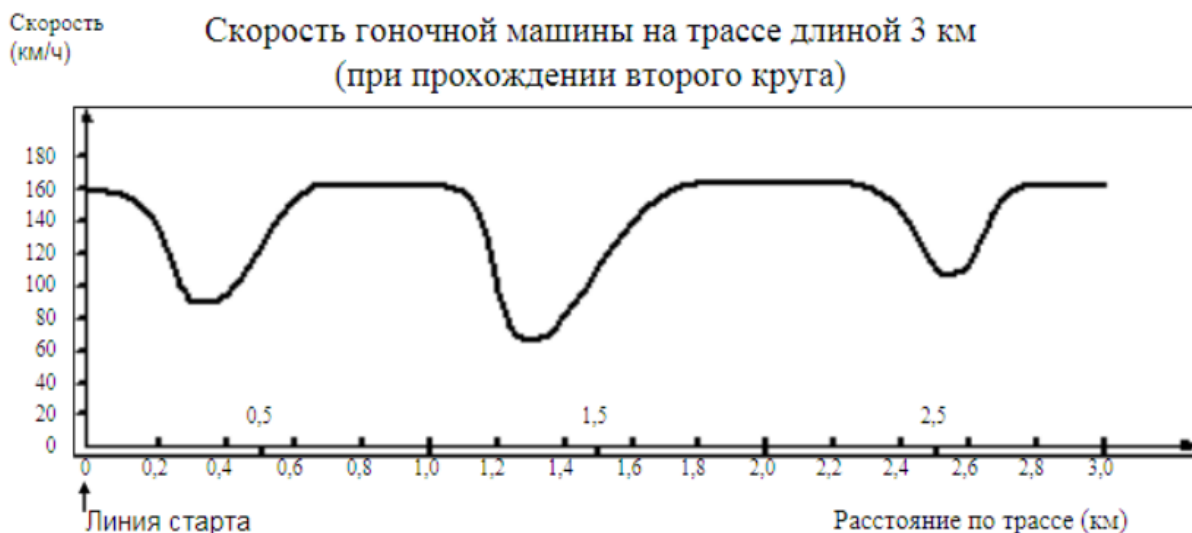
2 уровень. Школьники могут интерпретировать ситуации в контекстах, которые требуют не более чем прямого вывода. Они могут извлекать соответствующую информацию из одного источника и использовать один способ наглядного представления. Студенты на этом уровне могут использовать основные алгоритмы, формулы, процедуры для решения проблем, связанных с целыми числами.

1 уровень. Школьники могут отвечать на вопросы, связанные со знакомыми контекстами, где присутствует вся соответствующая информация и вопросы четко определены. Они способны идентифицировать информацию и выполнять рутинные процедуры в соответствии с прямыми инструкциями в конкретных ситуациях. Они могут выполнять действия, которые почти всегда очевидны и следуют непосредственно из данных математических условий.

Различие математической деятельности, характерной для каждого из 6-ти выделенных уровней, определяется: сложностью *интерпретации и рассуждений*, необходимых для решения проблемы; *сложностью способа решения* (от одношагового до многошагового решения); *формой представления информации* в описании предлагаемой ситуации (от единственной формы до нескольких форм); *сложностью математической аргументации*.

Задание низкого уровня трудности.

Скорость гоночной машины.

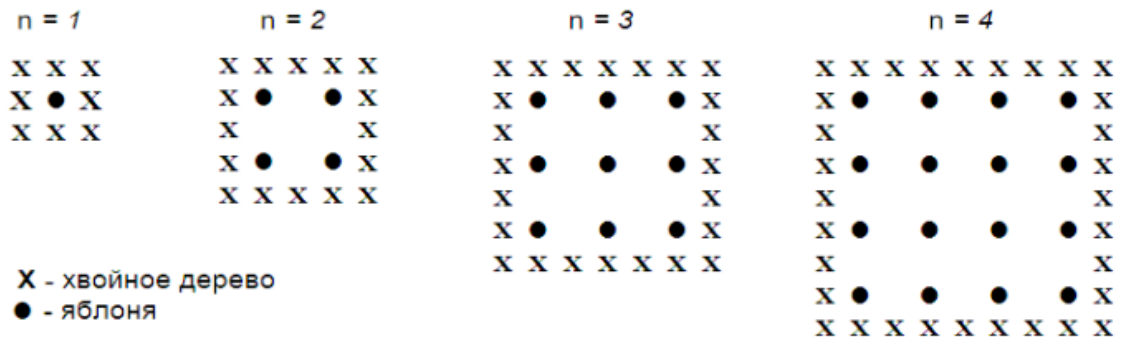


В каком месте трассы скорость машины была наименьшей при прохождении второго круга?

Задание среднего уровня трудности.

Яблони

Ниже на рисунке изображены схемы посадки яблонь и хвойных деревьев для нескольких значений n , где n – количество рядов высаженных яблонь. Эту последовательность можно продолжить для любого числа n .



Вопрос 1: ЯБЛОНИ

M136Q01- 01 02 11 12 21 99

Заполните таблицу:

n	Количество яблонь	Количество хвойных деревьев
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		

Задание высокого уровня сложности

Площадь континента

Ниже изображена карта Антарктиды



Вопрос 4: ПЛОЩАДЬ КОНТИНЕНТА

M14Q01- 01 02 11 12 13 14 21 22 23 24 25 99

Пользуясь масштабом данной карты, определите, чему примерно равна площадь Антарктиды.

Объясните, каким способом вы получили свою оценку площади континента, и приведите свои вычисления.

(Для получения ответа можно использовать данную карту, например, проводить на ней нужные вам линии и построения.)

Содержательные области оценки математической грамотности

Математическое содержание

изменения и зависимости	пространство и форма	количество	неопределенность и данные
Задания, связанные с математическим описанием зависимости между переменными в различных процессах, т.е. с алгебраическим материалом	Задания относящиеся к пространственным и плоским геометрическим формам и отношениям, т.е. к геометрическому материалу.	Задания, связанные с числами и отношениями между ними, в программах по математике этот материал чаще всего относится к курсу арифметики	Область охватывают вероятностные и статистические явления и зависимости, которые являются предметом изучения разделов статистики и вероятности

Концептуальные рамки оценки математической грамотности в исследовании PISA

Принятое определение математической грамотности повлекло за собой разработку особого инструментария исследования: учащимся предлагаются не типичные учебные задачи, характерные для традиционных систем обучения и мониторинговых исследований математической подготовки, а *близкие к реальным проблемные ситуации, представленные в некотором контексте* и разрешаемые доступными учащемуся средствами математики.

Основа организации исследования математической грамотности включает три структурных компонента:

- *контекст*, в котором представлена проблема;
- *содержание математического образования*, которое используется в заданиях;
- *мыслительная деятельность*, необходимая для того, чтобы связать контекст, в котором представлена проблема, с математическим содержанием, необходимым для её решения.

Контекст задания – это особенности и элементы окружающей обстановки, представленные в задании в рамках предлагаемой ситуации. Эти ситуации связаны с разнообразными аспектами окружающей жизни и требуют для своего решения большей или меньшей математизации. Выделены и используются 4 категории контекстов, близкие учащимся: *общественная жизнь, личная жизнь, образование/профессиональная деятельность, и научная деятельность*.

Математическое содержание заданий в исследовании распределено по четырём категориям: *пространство и форма, изменение и зависимости,*

количество, неопределённость и данные, которые охватывают основные типы проблем, возникающих при взаимодействиях с повседневными явлениями. Название каждой из этих категорий отражает обобщающую идею, которая в общем виде характеризует специфику содержания заданий, относящихся к этой области.

В совокупности эти обобщающие идеи охватывают круг математических тем, которые, с одной стороны, изучаются в школьном курсе математики, с другой стороны, необходимы 15-летним учащимся в качестве основы для жизни и для дальнейшего расширения их математического кругозора:

- *изменение и зависимости* – задания, связанные с математическим описанием зависимости между переменными в различных процессах, т.е. с алгебраическим материалом;

- *пространство и форма* – задания, относящиеся к пространственным и плоским геометрическим формам и отношениям, т.е. к геометрическому материалу;

- *количество* – задания, связанные с числами и отношениями между ними, в программах по математике этот материал чаще всего относится к курсу арифметики;

- *неопределённость и данные* – задания охватывают вероятностные и статистические явления и зависимости, которые являются предметом изучения разделов статистики и вероятности.

По сравнению с более традиционным тематическим подходом к представлению содержания выстраивание его вокруг четырёх обобщающих идей позволяет более широко охарактеризовать результаты, показанные учащимися, с позиций овладения идеями, тесно связанными с сущностью реальных явлений окружающего мира. Уровень овладения этими идеями позволяет предметно оценивать возможности учащихся в использовании полученных знаний в повседневной жизни.

Для описания **мыслительной деятельности** при разрешении предложенных проблем используются следующие глаголы: *формулировать, применять и интерпретировать*, которые указывают на мыслительные задачи, которые будут решаться учащимися:

- формулировать ситуацию на языке математики;
- применять математические понятия, факты, процедуры;
- интерпретировать, использовать и оценивать математические результаты.

Очевидно, что каждый из этих мыслительных процессов опирается на *математические рассуждения*, поэтому разработчики концепции

исследования PISA-2021 использовали те же мыслительные процессы, что и на предшествующих этапах исследования, но дополнив их рассуждениями. Это означает, что учащимся потребуется продемонстрировать, как они умеют размышлять над аргументами, обоснованиями и выводами, над различными способами представления ситуации на языке математики, над рациональностью применяемого математического аппарата, над возможностями оценки и интерпретации полученных результатов с учётом особенностей предлагаемой ситуации.

Помимо уже названных нововведений исследования 2021 г., отметим новые темы, включённые в содержание проверки:

- явления роста, изменений линейного и нелинейного характера; например, потребуется проследить закономерности, проявляющиеся при возведении в степень некоторого числа;
- геометрические преобразования, аппроксимации, разбиения и составления фигур; например, потребуется построить орнамент из заданных фигур по заданному правилу;
- компьютерное конструирование и моделирование, например, потребуется изображать по указанным правилам маршруты на карте;
- принятие решений с учётом предлагаемых условий или дополнительной информации; например, потребуется при покупке некоторого товара учитывать представленное в таблице сообщение, в котором содержится статистика мнений покупателей об этом товаре.

Особенности заданий исследования PISA:

- задача, поставленная вне предметной области и решаемая с помощью математики;
- контекст заданий близок к проблемным ситуациям, возникающим в повседневной жизни;
- вопросы изложены простым, ясным языком и, как правило, немногословны;
- требуют перевода с бытового языка на язык предметной области;
- формат заданий постоянно меняется, что исключает стратегию «натаскивания»

Особенности заданий исследования PISA:

Для успешного понимания и решения контекстных проблем, предложенных в тестах исследования PISA, требуется владеть рядом математических понятий, процедурами, фактами и инструментами на определенном уровне понимания и глубины усвоения. Этот отбор был сделан на основе анализа стандартов по математике 11 развитых стран мира, в числе

которых были страны, показавшие в исследованиях PISA самые высокие результаты.

Математическое содержание: предметные знания и умения:

- Алгебраические выражения
- Система координат
- Числа и единицы измерения
- Измерения
- Проценты, отношения и пропорции
- Принципы подсчетов
- Набор данных, представление и интерпретация
- Выборки и составление выборок
- Функции
- Уравнения и неравенства
- Отношения
- Арифметические и алгебраические операции
- Оценка
- Изменчивость данных и ее описание
- Случайность и вероятность

Новые темы по областям содержания:

Явления роста: линейные, нелинейные, квадратичные и экспоненциальные зависимости (Изменение и зависимости)

Геометрическая аппроксимация свойств нестандартных или незнакомых форм и объектов путем разбиения этих фигур и объектов на знакомые формы и объекты (Пространство и формы)

Компьютерное моделирование: анализ изменений, влияния переменных на результат; калькулятор (Количество)

Принятие решений в ситуациях неопределенности: использование вероятности и основных принципов комбинаторики для интерпретации ситуаций и прогнозирования (Неопределенность и данные)

Новые типы заданий:

Акцент при оценке — математические рассуждения. Центральный компонент математической грамотности — связь между математическими рассуждениями и решением поставленной проблемы: для решения проблемы учащийся сначала должен увидеть математическую природу проблемы, представленной в контексте реального мира, и сформулировать ее на языке математики.

Компьютерное моделирование: инструменты для перетаскивания объектов, построения орнаментов, паркетов, работа с изображениями.

Представление информации: вкладки с информацией в различных формах: таблицами, графиками, справочными данными.

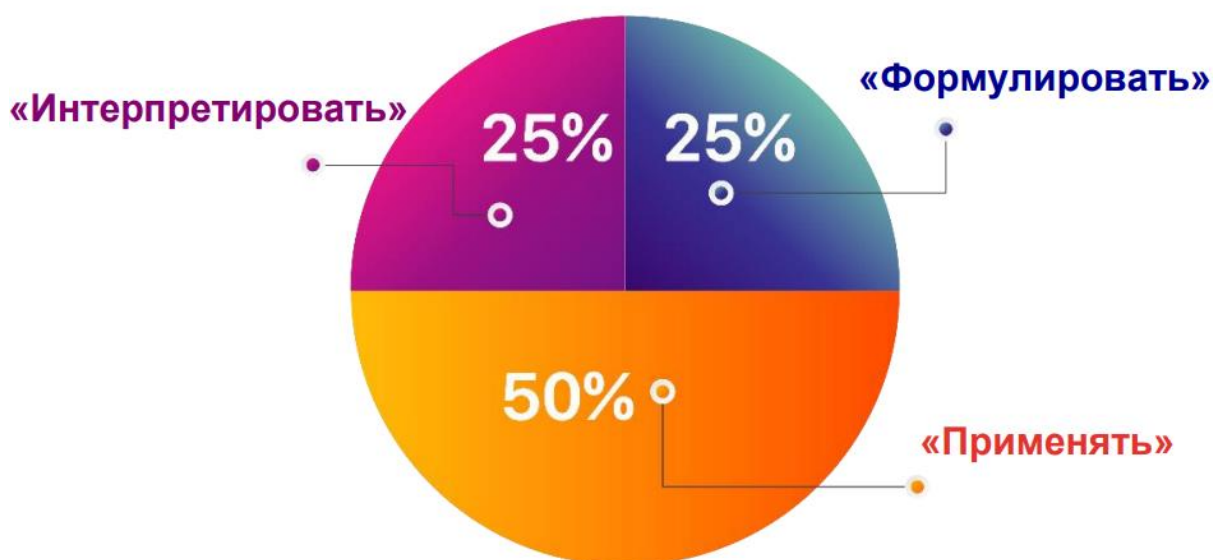
Электронные таблицы: сортировка, вычисления, анализ данных

Работа с утверждениями: всегда-иногда-никогда, пример и контрпример.

Метапредметные умения. Виды деятельности

- Решать учебно-познавательные и учебно-практические задачи, требующие полного и критического понимания текста
- Самоконтроль за выполнением условий (ограничений) в описании ситуации при нахождении решения и интерпретации полученного решения в рамках предложенных ситуаций
- Удерживать условия задания в процессе решения
- Работать с информацией, представленной в различной форме в контексте конкретной проблемы

Распределение заданий по математике в исследовании PISA



Дорога до дачи

Всем хорошо известно, как важны хорошие дороги, по которым можно в кратчайшие сроки перевозить необходимые грузы и перемещаться пассажирам.

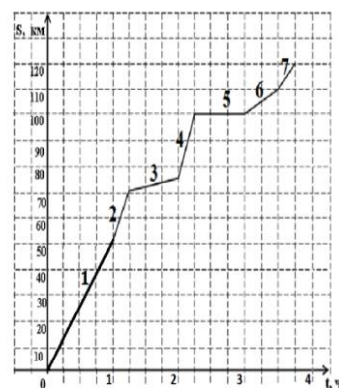
На автомобильной трассе М4 «Дон» в пределах Московского региона ввели в эксплуатацию три скоростных участка, на которых можно развивать скорость до 130 км/час.



Скоростные участки трассы расположены от Москвы:
первый – от отметки 51 км до отметки 71 км;
второй – от отметки 76 км до отметки 103 км,
третий – от отметки 113 км до отметки 120 км.

В субботу семья Ивановых выехала на автомобиле на дачу, которая расположена в 120 км от Москвы. В 8 ч утра они начали движение по трассе «Дон» и воспользовались скоростными её участками.

График их движения по трассе изображён на рисунке.



1. Определите, какие утверждения относительно характеристик движения автомобиля с датчиками являются верными.

- ☐ Скоростные участки трассы обозначены на графике цифрами 2, 4 и 7.
- ☐ До первого скоростного участка трассы семья доехала за 45 минут.
- ☐ За второй час поездки Ивановы проехали примерно 75 км.
- ☐ Ивановы приехали на дачу в 12.00.

-
2. Опишите, что могло произойти на 100-м километре трассы. Ответ поясните.

Ответ: _____

-
3. На участке трассы от отметки 71 км до отметки 76 км идут дорожные работы по соединению двух первых скоростных участков в единый скоростной участок. За какое наименьшее время можно будет преодолевать этот объединённый скоростной участок после завершения дорожных работ?

Ответ дайте в минутах.

Реальная трудность тестового задания определяется с учетом процента выполнивших его учащихся, а уровень деятельности учащегося при выполнении конкретного теста может быть оценен с учетом количества и трудности заданий, с которыми он справился.

Данные концептуальные положения, лежащие в основе исследования математической подготовки учащихся в рамках PISA, целесообразно реализовать и при разработке основных положений «мягкого мониторинга».

Основные элементы содержания, выделяемые для формирования и оценки математической грамотности в 5-х и 7-х классах

С целью выделения основных элементов математической подготовки, актуальных для формирования и оценки функциональной грамотности в рамках «мягкого мониторинга» в 5-х и 7-х классах, а также уточнения предметных недочётов в математической подготовке российских учащихся, были проанализированы задания в исследованиях PISA-2015 и PISA-2018, результаты выполнения которых оказались ниже средних международных и не превышали 40%. Сопоставление с документами, определяющими содержание математического образования в российской школе, показало, что невысокие результаты российских учащихся связаны с недостаточным овладением некоторым обязательным предметным материалом:

- курса математики 5–6-х классов, который не актуализируется в 7–9-х классах (например, действия с обыкновенными и десятичными дробями, проценты, пропорции, отношения);

- той части курса математики 9-го класса, который связан с числовыми последовательностями.

Кроме того, проявились недостатки в овладении следующими метапредметными умениями:

- принимать задачу, представленную в форме, отличной от формы, типичной для российских учебников;

- работать с информацией, представленной в различных формах: текстовой, табличной, графической, а также переходить от одной формы к другой;

- привлекать информацию, которая не содержится непосредственно в условии задачи, особенно в тех случаях, когда для этого требуется использовать бытовые сведения, личный жизненный опыт;

- отбирать информацию, необходимую для решения, в частности, если условие задачи содержит избыточную информацию; удерживать в процессе решения все условия, необходимые для решения проблемы;

- владеть навыками самоконтроля за выполнением условий (ограничений) при нахождении решения и интерпретации полученного результата в рамках ситуации;

- определять самостоятельно точность данных, требуемых для решения задачи;

- использовать здравый смысл, метод перебора возможных вариантов, метод проб и ошибок;
- представлять в свободной словесной форме обоснованный ответ, который определяется особенностями ситуации.

На основе проведённого анализа были выделены умения, на формирование или развитие которых следует обратить внимание при обучении в 5-х и 7-х классах.

5 класс:

- выполнять действия с натуральными числами, с обыкновенными дробями: упорядочение долей, сложение и вычитание несложных дробей;
- выполнять действия с числовыми выражениями; составлять числовое выражение;
- выполнять деление с остатком, иметь представление о делителях и кратных;
- выполнять приближенные вычисления, прикидку и оценку результата вычислений, округлять до указанной разрядной единицы, а также с учётом условий описанной ситуации по недостатку или по избытку;
- распознавать и делать выводы о зависимости между двумя величинами (прямая/обратная); решать задачи на увеличение/уменьшение на/в;
- переводить единицы измерения длины и времени из более крупных в более мелкие и обратно;
- решать задачи методом перебора вариантов; – читать, заполнять и интерпретировать данные таблиц, столбчатой и круговой диаграмм; – иметь представление о шкалах; ориентироваться на числовой прямой;
- устанавливать соответствие между реальным размером объекта и представленным на изображении;
- распознавать геометрические формы и описывать объекты окружающего мира с помощью языка геометрии;
- представлять объект по описанию, рисунку, заданным характеристикам; мысленно трансформировать трёхмерную фигуру (реальный объект) в двумерную и обратно, распознавать развертки куба, параллелепипеда;
- складывать фигуры из квадратов, прямоугольников, треугольников, отрезков, разбивать на указанные формы;
- использовать для решения задач простейшие свойства квадрата и прямоугольника; –иметь представление о площади и периметре, применять формулы нахождения периметра и площади квадрата и прямоугольника;

– проверять истинность утверждений, обосновывать вывод, утверждение, полученный результат.

7 класс:

- выполнять все виды деятельности, указанные для 5 класса, а также:
- сравнивать рациональные числа, выполнять вычисления с рациональными числами, реальные расчёты;
- вычислять проценты (процентное снижение/повышение), пропорции и отношения, масштаб, использовать основное свойство пропорции, пропорциональное увеличение/уменьшение;
- понимать закономерности, составлять последовательности;
- читать графики зависимостей (линейная и нелинейная);
- составлять математическое описание предложенной зависимости в общем виде (в виде выражения/формулы);
- использовать простейшие свойства треугольника, окружности; – распознавать комбинации различных плоских форм
- отрезков, окружностей, полуокружностей, дуг;
- распознавать трёхмерные фигуры: цилиндр, конус, пирамида (элементы фигур, развертки), комбинации пространственных фигур;
- иметь представление о статистических характеристиках
- среднем арифметическом, медиане, моде, размахе, наибольшем и наименьшем значении набора данных;
- интерпретировать данные, представленные в таблицах и на диаграммах, на графиках;
- составлять высказывания, проверять истинность утверждений. Общие подходы к составлению заданий для «мягкого мониторинга» Выбор направленности мониторинга на развитие и оценку функциональной грамотности учащихся, отвечающей концепции исследования PISA-2021, привел к необходимости изменить подходы к определению содержания и формы проверочных заданий по сравнению с исследованиями, направленными на оценку учебных достижений учащихся. В связи с этим в качестве основы для разработки заданий приняты материалы международного исследования PISA в части оценки математической грамотности (концептуальные рамки, примеры заданий в исследовании PISA-2021, содержание и результаты выполнения российскими учащимися заданий в исследованиях 2003-2018 гг.).

Ниже изложены подходы к составлению заданий, предназначенных для оценки и формирования математической грамотности. Апробация разработанных заданий позволила уточнить некоторые особенности и требования к разрабатываемым заданиям.

1. Учащимся предлагаются не учебные задачи, а контекстуальные, практические проблемные ситуации, разрешаемые средствами математики. Контекст, в рамках которого предложена проблема, должен быть действительно жизненным, а не надуманным. Ситуации должны быть характерными для повседневной учебной и внеучебной жизни учащихся (например, связаны с личными, школьными или общественными проблемами, как это понимается в концепции PISA). Поставленная проблема должна быть нетривиальной, интересной и актуальной для учащихся того возраста, на который она рассчитана.

2. Для выполнения задания требуется холистическое, т.е. целостное, а не фрагментарное, применение математики. Это означает, что требуется осуществить весь процесс работы над проблемой: от понимания, включая формулирование проблемы на языке математики, через поиск и осуществление её решения, до сообщения и оценки результата, а не только часть этого процесса (например, решить уравнение или упростить алгебраическое выражение).

3. Мыслительная деятельность, осуществляемая при выполнении заданий, описывается в соответствии с концепцией PISA-2021.

4. Для выполнения заданий требуются знания и умения из разных разделов курса математики основной школы, соответствующие темам, выделенным в PISA, и планируемым результатам в объёме ФГОС ООО и Примерной основной образовательной программы, формирование которых осуществляется в 5-х или 7-х классах соответственно.

5. Используется следующая структура задания: даётся описание ситуации (введение в проблему), к которой предлагаются два связанных с ней вопроса.

6. Введение в проблему представляет собой небольшой вводный текст, мотивирующего характера, который не содержит лишней информации, не связанной с заданием или не принципиальной для ответа на поставленные далее вопросы. Введение не должно содержать информацию, которая носит отвлекающий характер. Важно: уровень овладения читательской грамотностью не должен отражаться на проверке математической грамотности.

Информация, сообщаемая в задании, даётся в различных формах: числовой, текстовой, графической (график, диаграмма, схема, изображение и др.), она может быть структурирована и представлена в виде таблицы.

Наличие визуализации обязательно. Оказать помощь учащимся в части мысленной визуализации и погружения в сюжет должны фото и рисунки. Графические средства визуализации математического содержания проблемы

окажут учащимся помощь на этапе её моделирования, послужат опорой для проведения рассуждений.

Если введение содержит слова, которые могут быть не известны учащимся, то в нём можно дать краткое пояснение, определение и/или иллюстрацию к ним.

7. Вопрос позволяет раскрыть приведённую ситуацию с определённой стороны. Каждый самостоятельный содержательный шаг фиксируется; все основные элементы выделяются для оценивания.

Для выполнения большинства заданий не требуется делать громоздкие вычисления, что позволяет значительно уменьшить влияние вычислительных ошибок на демонстрацию учащимся понимания изученных понятий, применение способов действий для решения поставленных задач. В целях оптимизации вычислений учащимся разрешается использовать калькулятор.

В большинстве заданий не содержится прямых указаний на способ, правило или алгоритм выполнения (решения), что позволяет проверить, насколько осознанно учащиеся применяют полученные знания.

Для ответа на вопрос задания достаточно информации, представленной в описании ситуации; если для ответа на последующие вопросы требуется дополнительная информация, то она сообщается в формулировке вопроса или отдельно. Например, если для выполнения задания требуется использовать формулы, то они приводятся в качестве справочного материала.

8. Учитывается, что задания предлагаются учащимся на компьютере, и ответы они вносят, используя его клавиатуру. При разработке заданий используются возможности компьютера, позволяющие проводить построение заданных математических объектов, переносить на плоскости заданные объекты, выполнять вычисления с заданными числами и др.

9. Используются задания разного типа по форме ответа:

- с выбором одного или нескольких верных ответов из предложенных альтернатив;
- со свободным кратким ответом в форме конкретного числа, одного-двух слов
- со свободным полным ответом, содержащим запись решения поставленной проблемы, построение заданного геометрического объекта, объяснение полученного ответа.

Выполнение заданий с выбором ответа и свободным кратким ответом оценивается автоматически, задания со свободным полным ответом оцениваются экспертами.

Ниже приводится общая структура характеристики математических заданий «мягкого мониторинга».

Характеристика задания

1. Область содержания (всего 4 данные области): пространство и форма; изменение и зависимости; неопределенность и данные; количество.
2. Контекст (всего 4 контекста): общественная жизнь; личная жизнь; образование/профессиональная деятельность; научная деятельность.
3. Мыслительная деятельность (всего 4 деятельности): рассуждать; формулировать; применять; интерпретировать.
4. Объект оценки (предметный результат): например, чтение графиков реальных зависимостей.
5. Уровень сложности: 1, 2 или 3.
6. Формат ответа: с развёрнутым ответом; с выбором ответа; с кратким ответом.
7. Критерии оценивания (1 или 2 балла): полный ответ – 2 балла, частично верный ответ – 1 балл.

Использование заданий для оценки и формирования математической грамотности

Для достижения целей мониторинга математической грамотности предлагается использовать блок заданий, рассчитанный на 20 минут выполнения. Предлагается такая структура блока: 2 задания (сюжета) по 2 вопроса в каждом задании, всего 4 вопроса.

Суммарно в каждый блок входят:

- задания из 2-3-х (из 4-х) областей математического содержания,
- задания из 2-х (из 4-х) контекстов,
- задания из 3-4-х (из 4-х) мыслительных процессов;
- задания трёх видов по сложности: одно лёгкое, два средних, одно сложное;
- задания со следующими критериями оценивания: лёгкое задание оценивается одним баллом, остальные – 2-мя баллами; общая сумма баллов за верно выполненный блок заданий – 7.

В целях *формирования математической грамотности* задания могут использоваться самостоятельно. В этом случае они могут быть дополнены вопросами, развивающими, уточняющими предложенную ситуацию или являющимися проекцией сюжета на реальную жизнь конкретных учащихся, жизнь класса, проблемы местного социума.

Задания лучше выполнять в парах или группах (это зависит от объёмности задания), тогда у учащихся будет возможность обсудить сюжет, используя «коллективный» опыт, уточнить своё понимание ситуации, возможно, задать вопросы учителю. Это поможет выйти на выявление математической сути задания и адекватно сформулировать на языке математики, найти необходимые способы решения.

Обсуждение полезно и на этапе решения задачи, и на этапе интерпретации полученных результатов, чтобы понять, все ли необходимые условия учтены, можно ли решить иначе, проще, рациональнее, соответствует ли математическое решение контексту ситуации и т.п. Обсуждая с классом результаты выполнения задания, учитель должен акцентировать внимание на трёх моментах: как ситуация была преобразована в математическую задачу; какие знания, факты были использованы, какие методы и способы решения были предложены и обсудить их достоинства; как можно оценить полученное решение с точки зрения исходной ситуации.

Полезно предложить учащимся провести анализ своей включенности в выполнение задания, отрефлексировать весь процесс и зафиксировать:

- какие идеи и соображения возникали, были ли они существенными и плодотворными, учтены ли в решении;
- какие возникли трудности и на каком этапе работы над заданием;
- удастся ли самостоятельно справиться с аналогичной ситуацией, если она повторится.

В целях закрепления формируемых умений в качестве домашнего задания можно предложить аналогичную ситуацию с несколько изменёнными данными. Однако задание может носить и творческий характер: придумать своё задание на основе рассмотренного сюжета.

При определённой системности работы по формированию математической грамотности, можно включать изменённые задания и в контрольную работу в качестве дополнительного задания, не связанного с основной темой. В этом случае, можно осуществлять мониторинг выполнения такого рода заданий.

Рассмотрим некоторые примеры задач, иллюстрирующие задания на формирование и оценку математической грамотности в контексте международного исследования PISA.

Литература

1. Леонтьев А.А. Педагогика здравого смысла. Избранные работы по философии образования и педагогической психологии / Сост., предисл., коммент. Д.А.Леонтьева. – М.: Смысл, 2016, 528 с.
2. Примерная основная образовательная программа начального общего образования. Одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию (протокол от 8 апреля 2015 г. №1/15) [Электронный ресурс] // Официальный сайт. URL: <http://fgosreestr.ru/registry/primernaya-osnovnaya-obrazovatel'naya-programmanachalnogo-obshhego-obrazovaniya-2>.
3. Примерная основная образовательная программа основного общего образования. Одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию (протокол от 8 апреля 2015 г. №1/15) [Электронный ресурс] // Официальный сайт. URL: <http://fgosreestr.ru/registry/primernaya-osnovnayaobrazovatel'naya-programmaosnovnogo-obshhego-obrazovaniya-3/>.
4. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования [Электронный ресурс] // Официальный сайт. URL:<https://fgos.ru/>.
5. OECD (2017), PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematics, Financial Literacy and Collaborative Problem Solving, revised edition, PISA, OECD Publishing, Paris. p. 65-80 (определение – p. 67).
6. OECD (2018), PISA 2021 Mathematics Framework (First Draft), PISA, OECD Publishing, Stockholm, p.46.
7. OECD Governing Board PISA 2021 Mathematics Framework (First Draft), April 2018 [For Official Use], p. 8, 21-22.
8. PISA 2018 Draft Analytical Framework [Электронный ресурс] //Официальный сайт ОЭСР. URL: <http://www.oecd.org/pisa/data/PISA-2018-draft-frameworks.pdf>. Материалы подготовлены Л.О. Рословой, К.А. Краснянской, О.А. Рыдзе, Е.С. Квитко
- 9.